

تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی عملکرد ریاضی دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی

دکتر غلامعلی احمدی^۱

دکتر ابراهیم ریحانی^۲

اعظم توحیدی نژاد^۳

چکیده

هدف این پژوهش، بررسی تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی (با شیوه بحثهای کلاسی) بر توانایی عملکرد ریاضی دانش آموزان دختر پایه چهارم ابتدایی بود. توانایی عملکرد ریاضی دانش آموزان در سه حیطه شناختی درک ریاضی، کاربرد و استدلال براساس حیطه‌های شناختی مطالعه تیمز مورد بررسی قرار گرفت. جامعه آماری این پژوهش شامل همه دانش آموزان دختر پایه چهارم ابتدایی مدارس دولتی شهریار در سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳ است. حجم نمونه شامل ۸۰ دانش آموز است که به شیوه تصادفی خوشه‌ای چند مرحله‌ای انتخاب شده و در دو گروه آزمایشی و کنترل گمارده شده‌اند. ابزار اندازه‌گیری این پژوهش، آزمون سنجش توانایی عملکرد (دانستن، به کار بستن و استدلال ریاضی) دانش آموزان بود که از سؤالات حیطه شناختی آزمون تیمز ریاضی انتخاب شدند و پایایی آن ۰/۷۷ به دست آمد. متغیر آزمایشی (آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی با شیوه بحثهای کلاسی) در سه گام "اقدام"، "کاوش" و "بحث و خلاصه سازی" و با راهبردهای دهگانه تسهیل بحثهای کلاسی سیریلو (۲۰۱۳) در ۱۶ جلسه برای گروه آزمایش اجرا شد. نتایج به دست آمده از MANOVA نشان داد که توانایی عملکرد ریاضی دانش آموزان گروه آزمایش در حیطه‌های شناختی دانستن و به کار بستن نسبت به گروه گواه بیشتر است و در حیطه استدلال تفاوت معنادار در دو گروه دیده نمی‌شود. آموزش مبتنی بر گفتمان سبب افزایش توانایی عملکرد ریاضی دانش آموزان در حیطه‌های شناختی مطالعه تیمز می‌شود.

کلید واژگان: گفتمان ریاضی، توانایی عملکرد ریاضی، حیطه‌های شناختی مطالعه تیمز شامل دانستن، به کار بستن و استدلال

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۱/۱۶ تاریخ پذیرش: ۹۶/۷/۳

ahmadi@sru.ac.ir

e_reyhani@sru.ac.ir

azamtohidinezhad@gmail.com

۱. دانشیار برنامه‌ریزی درسی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

۲. دانشیار آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

۳. کارشناس ارشد برنامه‌ریزی درسی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی (نویسنده مسئول)

مقدمه

یکی از نیازهای اساسی دنیای پرشتاب امروز، شکل دادن به تحولات و نوآوریهای آموزشی است، زیرا این امر شاید یکی از مؤثرترین زمینه‌هایی است که ما را قادر می‌سازد تا فاصله خود را با تحولات و دگرگونیهای جهانی کمتر کنیم. سالها از روی کار آمدن روشهای نوین تدریس می‌گذرد در حالی که ما هنوز با زنجیری به نام تدریس سنتی به دنیایی گره خورده‌ایم که در نظامهای آموزشی پیشرفته، دیگر جایی برای آن وجود ندارد. روشی که در آن دانش‌آموزان کمتر درگیر فهم مطالب می‌شوند و کمتر سؤال می‌پرسند دیگر در آموزش ریاضی طرد شده است. در کلاسهای درس سنتی، دانش‌آموز جایگاهی برای خود احساس نمی‌کند و می‌آموزد بدون فکر کردن هر چیز را بپذیرد. همچنین او در کلاس درس به موجودی منفعل تبدیل می‌شود که مسئول یادگیری خود نیست، در حالی که برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران^۱ یکی از اصول ناظر بر برنامه‌های درسی و تربیتی را اعتبار نقش یادگیرنده می‌داند.

کریمی فردین‌پور (۱۳۸۳)، معتقد است که دنیای ما روز به روز بیشتر جنبه ریاضی پیدا می‌کند، بنابراین ما پی‌درپی در موقعیتهایی قرار می‌گیریم که باید تصمیمهای ریاضی‌وار اتخاذ کنیم؛ تصمیمهایی که مستلزم توانایی تشخیص موقعیت، صورت‌بندی و مدل‌سازی، ریاضی ورزیدن و تجزیه و تحلیل هوشمندانه نتایج حاصل از حل هر مسئله است.

با توجه به اهمیت موفقیت دانش‌آموزان در مطالعات بین‌المللی تیمز^۲ و پرلز^۳ که انجمن بین‌المللی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی^۴ برگزار می‌کند، دانش‌آموزان کشور ما طبق آمار اعلام شده از سوی مرکز ملی مطالعات تیمز و پرلز در سالهای مختلف عملکرد قابل قبولی نداشته‌اند. بر این اساس، باید مسئولان، برنامه‌ریزان درسی و معلمان تدابیری مناسب بیندیشند و به اجرا درآورند. یکی از این برنامه‌ها که انتظار می‌رود هم در تدوین محتوا و هم به مثابه یک روش در کلاس درس مفید واقع شود، استفاده از آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی^۵ است. گفتمان ریاضی یعنی گفتن، شنیدن و استدلال کردن ریاضی‌وار به کمک زبان ریاضی.

گفتمان ریاضی، این امکان را به دانش‌آموزان می‌دهد که خطاهایشان را به سطح آورند و معلم می‌تواند مشکلات پنهان دانش‌آموز را که گاهی در تمام کلاس مشترک است از مطالبی که آنها عنوان

۱. «برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران» مصوب جلسات ۸۵۷ الی ۸۷۲ شورای عالی آموزش و پرورش تاریخ ۹۰/۱۲/۹ الی ۱۳۹۱/۶/۲۸

2. Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)

3. Progress in International Reading Literacy Study (PIRLS)

4. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)

5. Mathematical discourse

می‌کنند، شناسایی و در جهت رفع آنها اقدام کند. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا^۱ (۲۰۰۰) نیز در کتاب اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای^۲ پنج استاندارد فرآیندی^۳ را در آموزش ریاضی پیشنهاد می‌کند که عبارت اند از: حل مسئله^۴، اثبات و استدلال^۵، تعامل^۶، بازنمایی^۷ و پیوندها و اتصالهای^۸ ریاضی. این شورا معتقد است که برای آموزش مطلوب ریاضی به منظور دستیابی به اهداف هر دوره تحصیلی، برقراری این فرآیندها در کلاسهای درس ریاضی ضروری است. چنین دلایلی بر توسعه روشهای آموزش مبتنی بر گفتمان که سبب ترغیب دانش، تفکر ریاضی و رشد توانایی استدلال ریاضی می‌شوند، تأکید می‌کنند. برای برقراری فرآیند گفتمان ریاضی می‌توان روشهای تدریس گوناگون را مانند روش تدریس بحث گروهی به کار برد. آموزش با بحث گروهی به فراهم آوردن موقعیتی گفته می‌شود که در آن یادگیرندگان با همدیگر، یا با معلم، به گفتگو می‌پردازند تا با هم اطلاعات، اندیشه‌ها و عقاید را مبادله کنند یا به کمک هم به حل مسائل بپردازند. بنابراین بحث گروهی روشی است برای اندیشیدن، به چالش کشیدن نگرشها و باورها و پرورش مهارتهای میان-فردی (سیف، ۱۳۹۱).

یانکلویتز^۹ (۲۰۰۹) معتقد است که توانایی متقاعد کردن^{۱۰} دیگران از طریق بحث و توجیه^{۱۱}، اساس استدلال ریاضی را تشکیل می‌دهد. چاپین، اکانر و اندرسون^{۱۲} (۲۰۰۳) بحث کل کلاسی را به همراه بحث و گفتگو با شریک^{۱۳} برای افزایش فرصتهای یادگیری سودمند می‌دانند و در کتاب خود با عنوان "گفتگوی کلاسی" به توسعه گفتمان با ارائه راه‌حلهای و مدل‌هایی برای انجام دادن گفتگو پرداختند و راهکارهایی عملی در این زمینه ارائه کردند. همچنین استاین^{۱۴} و همکارانش (۲۰۰۸) مدلی را برای بحثهای ریاضی ارائه می‌دهند که بحثها ابتدا به صورت دو نفری و یا در گروهی کوچک^{۱۵} انجام می‌شوند و سپس بحث کل کلاسی صورت می‌گیرد تا درک مفهومی و توسعه تفکر، استدلال و مهارتهای حل مسئله را منجر شود.

1. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
2. Principles and Standards for School Mathematics
3. Process standards
4. Problem solving
5. Reasoning and proof
6. Communication
7. Representation
8. Connections
9. Yankelwitz
10. Convince
11. Argumentation and justification
12. Chapin, O'Connor & Anderson
13. Partner talk
14. Stein
15. Small-group discussion

کاب، بوفی، مک کلین و وایتنک^۱ (۱۹۹۷) و چاپین و همکاران (۲۰۰۳) در پژوهشهای خود به اهمیت کیفیت راهنمایی و نحوه سازماندهی گفتمان دانش‌آموزان در کلاس درس برای فهم مسئله، تفکر دانش‌آموزان و توانایی آنها در مفهوم‌سازی ریاضی اشاره کرده‌اند. بر این اساس سیریلو^۲ (۲۰۱۳)، با توجه به مطالعات انجام شده در زمینه گفتمان کلاسی، ده راهبرد را در قالب سه گام اساسی اقدام، کاوش و بحث و خلاصه سازی برای تسهیل بحثهای کلاس درس ریاضی (شامل بحث دو نفری و سپس بحث کل کلاسی) ارائه کرده است. احمدی، ریحانی و نخستین روحی (۱۳۹۴) در پژوهش خود به مؤثر بودن آموزش مبتنی بر گفتمان بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان دست یافته‌اند. ناهیدی (۱۳۸۹) در پژوهشی به معنادار بودن ارتباط میان گفتمان ریاضی و پیشرفت دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی و نیز در درک مفاهیم کسر، ارتباط و ترجمه اشاره کرده است. با توجه به اهمیت گفتمان ریاضی، کریمی فردین‌پور (۱۳۸۳) که گفتمان ریاضی در کلاس درس را بر پایه استانداردهای NCTM-2000 مطالعه کرده، جاری نبودن فرآیند گفتمان در کلاسهای درس را مشخص کرده است. کلاهدوز (۱۳۹۰)، در پژوهشی به این نتیجه رسید که اغلب دانش‌آموزان، درک مناسبی از فرآیند اثبات و استدلال‌های معتبر در ریاضیات مدرسه‌ای ندارند و در ساخت اثبات‌های ریاضی مشکل دارند. آگاه (۱۳۹۰)، گفت و شنود معلم و دانش‌آموز در کلاسهای درس ریاضی را مورد بررسی قرار داده و به این نتیجه رسیده است که گفت و شنود کلاسی سبب می‌شود معلم درکی عمیق‌تر از پنداشتهای دانش‌آموزان بیابد و بتواند از ایده‌های ریاضی دانش‌آموزان حمایت کند و آنان را برای توسعه و اصلاح ایده‌هایشان به چالش بکشد. همچنین غلام آزاد (۱۳۸۸)، در پژوهشی درگیر شدن دانشجو-معلم ابتدایی را در یک گفتگو^۳ به منزله وسیله‌ای برای ایجاد اثباتها بررسی و اظهار کرده است که دانشجویان تشویق شدند در حالی که تلاش می‌کنند اثبات را درک یا ایجاد کنند، گفتگویی را که با خودشان داشته‌اند، بنویسند. نتایج نشان داد که روش اثبات از طریق نوشتن یک گفتگو، یک بحث اکتشافی عملی برای درگیر شدن دانشجویان در فرآیند یک اثبات ریاضی است. مارتون و سوئی^۴ (۲۰۰۴) در پژوهشهای خود دریافتند که گفتمان ریاضی در کلاس درس به درک جمعی دانش‌آموزان از مسئله و مطالب ارائه شده پیرامون آن کمک می‌کند و به ترویج گفتگو درباره یادگیری مفاهیم پایه دانش ریاضی

1. Cobb, Boufi, McClain & Whitenack

2. Cirillo

3. Dialogue

4. Marton & Tsui

یاری می‌رساند. بردفورد^۱ (۲۰۰۷) در پژوهش خود دریافت که بهره‌گیری از فعالیتهای گفتگوی ریاضی راهبردی عملی برای پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان ضعیف است.

مایکل نوسبام^۲ (۲۰۰۸) در مقاله خود با عنوان "گفتمان مبتنی بر همکاری، استدلال و یادگیری" به این نتیجه رسیده که درگیر شدن در گفتمان و استدلالهای مشترک ممکن است اثرات دراز مدت در تحکیم دستاوردهای یادگیری داشته باشد. با توجه به اهمیت گفتمان در پیشرفت دانش‌آموزان، ارائه راهکارها برای ایجاد گفتمان کلاسی امری ضروری به نظر می‌رسد. در این مورد کائور^۳ (۲۰۰۹) چهار راهبرد برای تسهیل پیشرفت استدلال میان دانش‌آموزان متوسطه از طریق گفتمان معرفی کرده است. این راهبردها بر پایه این فرض است که آن دسته از تکالیف ریاضی که از طریق عملیات رویه‌ای حل می‌شوند از استدلال ریاضی جلوگیری می‌کنند، درحالی که آنهایی که بر مفهوم‌سازی و مهارتهای تفسیری تأکید می‌کنند توانایی استدلال را افزایش می‌دهند. مولر^۴، یانکلویتز و ماهر^۵ (۲۰۱۰) معتقدند محیط ریاضی که در آن دانش‌آموزان باهم تعامل دارند و ایده‌های ریاضی خودشان را گفتمان می‌کنند، حالت ایده‌آل برای توسعه استدلال ریاضی است. همچنین درباره محیط ریاضی سپینگ و وب^۶ (۲۰۱۲) بیان داشته‌اند که در کلاسهای درسی که روش بحث به کار می‌رود، بهبودی معنادار در توانایی یادگیرندگان در حل مسائل کلامی ریاضی نسبت به مدارس تجربی دیده می‌شود. بلانتون و استایلیانو^۷ (۲۰۱۴) دریافتند که استدلال تعاملی طرح‌ریزی مفیدی برای تجزیه و تحلیل گفتگوی کل کلاسی است.

به طور کلی پژوهشهای پیشین ضعف دانش‌آموزان در درک مسائل و استدلال ریاضی و همچنین مناسب نبودن فرآیند گفتمان ریاضی در کلاسهای درس را نمایان کرده‌اند، لیکن راهکارهای عملی مناسبی برای توسعه تواناییهای ریاضی در حیطه‌های شناختی درک و فهم، کاربرد و استدلال در کلاس ارائه نکرده‌اند. انجام دادن این پژوهش با توجه به اهداف برنامه درسی ملی که توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی را از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌داند و با در نظر گرفتن نقش مهارتهای موجود در حیطه‌های شناختی ریاضی در افزایش توانایی عملکرد ریاضی و نیز ارائه روشی برای افزایش این مهارتها در کلاسهای درس ریاضی ضرورت پیدا می‌کند.

-
1. Bradford
 2. Michael E. Nussbaum
 3. Kaur
 4. Mueller
 5. Maher
 6. Sepeng & Webb
 7. Blanton & Stylianou

انجام دادن تحقیقات متعدد در این زمینه و فقدان پژوهش در مورد اثربخشی گفتمان ریاضی بر عملکرد ریاضی، آشنا ساختن معلمان و برنامه‌ریزان درسی به منظور تدارک فرصت‌های غنی و مناسب یادگیری ریاضی و فراهم سازی زمینه‌ای برای تحقیقات بعدی از مواردی است که بر بدیع بودن آن می‌افزاید. بر اساس مبانی ذکر شده هدف اصلی پژوهش حاضر تعیین میزان اثر بخشی آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دختر پایه چهارم ابتدایی است و اهداف فرعی آن عبارت اند از:

۱. تعیین میزان تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان بر توانایی درک و دانستن مفاهیم ریاضی دانش‌آموزان.

۲. تعیین میزان تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان بر توانایی به‌کارگیری مفاهیم ریاضی دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی.

۳. تعیین میزان تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان در حل مسائل.

روش پژوهش

این پژوهش نیمه آزمایشی و از نوع پیش‌آزمون و پس‌آزمون با گروه کنترل است.

جامعه، نمونه و روش نمونه‌گیری

جامعه آماری پژوهش حاضر، همه دانش‌آموزان دختر پایه چهارم ابتدایی دبستانهای دولتی شهریار است که در سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳ مشغول به تحصیل بوده‌اند. نمونه این پژوهش شامل ۸۰ دانش‌آموز دختر پایه چهارم ابتدایی در دو کلاس ۴۰ نفری برای گروه گواه و آزمایش بود که با روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای چند مرحله‌ای انتخاب شدند. آموزش در گروه گواه به شیوه سنتی و در گروه آزمایش به شیوه بحث‌های کلاسی با راهبردهای دهگانه سیریلو (۲۰۱۳) انجام شده است.

ابزار گردآوری داده‌ها

برای اندازه‌گیری متغیر وابسته در پیش و پس‌آزمون، از آزمون سنجش توانایی عملکرد ریاضی در حیطه‌های شناختی شامل دانستن (۴۰ درصد سؤالات)، کاربرد (۴۰ درصد) و استدلال (۲۰ درصد) بر اساس سؤالاتی تمیز استفاده شد و ۱۵ سؤال حیطه شناختی ریاضی از آزمونهای تیمز سالهای ۱۹۹۵، ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ انتخاب شد. آزمون زیر نظر معلمان ریاضی ابتدایی و اساتید آموزش ریاضی بررسی و روایی شد. نمره‌گذاری طبق اصول نمره‌گذاری تیمز انجام گرفت و در

سؤالات مربوط به دانستن، به پاسخ درست نمره کامل تعلق گرفت و به پاسخهای نادرست، بدون پاسخ و پاسخهای خط خورده، پاک شده، علامتهای پراکنده، ناخوانا یا نامربوط هیچ نمره ای تعلق نگرفت. در سؤالات مربوط به کاربرد سؤالات پاسخ-ساز یک بخشی و دو بخشی بر اساس میزان پیچیدگی با استفاده از واحدهای ۱ یا ۲ برای پاسخهای کاملاً درست، نمره‌گذاری شد. در سؤالات مربوط به استدلال پاسخهای مربوطه با مدل میازاکی^۱ (۲۰۰۰) نمره‌گذاری شد، به طوری که اگر پاسخ داده شده با زبان رسمی ریاضی یعنی نمادین باشد بالاترین نمره و اگر با زبانهای دیگر مانند تصاویر باشد نیم واحد نمره تعلق گرفت. ضریب پایایی آزمون سنجش توانایی عملکرد ریاضی با روش آلفای کرونباخ در پیش آزمون ۰/۷۳۹ و در پس آزمون ۰/۷۷۱ بود.

روش اجرا

پس از نمونه‌گیری، برای اطمینان از همگن بودن گروهها پیش‌آزمون برگزار شد و پس از محاسبه واریانس دو گروه با توجه به نتایج آزمون لوین و سطح معناداری بالاتر از ۰/۰۵ از همگن بودن گروهها اطمینان حاصل شد. در گروه آزمایشی در ۱۶ جلسه یک و نیم ساعته، آموزش به صورت بحثهای کلاسی و هفته‌ای دو جلسه صورت گرفت و در گروه گواه، آموزش همان موضوعات با زمان یکسان به شیوه سنتی انجام شد. پس از پایان دوره آموزش از هر دو گروه پس‌آزمون به عمل آمد. داده‌های گردآوری شده با استفاده از آزمون تحلیل کواریانس چند متغیره (MANOVA) تجزیه و تحلیل شدند. آموزش به شیوه بحثهای کلاسی، مداخله‌ای است که هدف آن، بهبود فرآیند گفتمان ریاضی در کلاسهای درس ریاضی و افزایش مهارتهای متعدد در دانش‌آموزان مانند مهارت فکرکردن و استدلال کردن است. مداخله و آموزش معلم در سه گام اقدام، کاوش و بحث و خلاصه‌سازی انجام می‌شود و راهبردهای دهگانه سیریلو (۲۰۱۳) برای تسهیل بحثهای کلاسی در درس ریاضی به عنوان چارچوب روش تدریس معلم در گروه آزمایشی انتخاب و اجرا شد.

گام اقدام: در مرحله اول معلم دانش‌آموزان را با روش بحثهای کلاسی آشنا و قوانینی برای گفتگوی همراه با حفظ احترام با مشارکت خود دانش‌آموزان تعیین می‌شود. مرحله دوم، انتخاب تکالیف ریاضی سطح بالا از سوی معلم است. در مرحله سوم معلم با توجه به تجربه‌اش راه‌حلهای صحیح و اشتباه و راهبردهایی را که ممکن است دانش‌آموزان در حل مسئله به کار گیرند و

همچنین کج فهمی‌ها و ابهاماتی را که ممکن است وجود داشته باشند، پیش‌بینی می‌کند و پس از آن سؤال در کلاس مطرح می‌شود.

گام کاوش: در مرحله چهارم معلم اجازه فکر کردن به دانش‌آموزان می‌دهد. آنها روی مسئله کار می‌کنند و آماده می‌شوند تا راه حل خود را برای سایرین توضیح دهند. در مرحله پنجم معلم از هر گروه دو نفری پرسشی مناسب برای باز کردن بحث در آن گروه می‌پرسد تا با همدیگر فکرکنند و به ابعاد مسئله بپندیشند. در مرحله ششم اگر نیاز باشد که اطلاعات بیشتری در اختیار دانش‌آموزان قرار گیرد، معلم با تدابیر بیشتری که می‌اندیشد آن اطلاعات را در اختیار آنها قرار می‌دهد. در مرحله هفتم معلم به بررسی راه‌حل نادرست دانش‌آموزان می‌پردازد و تعدادی از آنها را انتخاب و به منظور ارائه در بحث کل کلاسی ترتیب‌گذاری می‌کند. انتخاب و ترتیب‌گذاری ایده‌های دانش‌آموزان می‌تواند روشی مؤثر برای سازماندهی بحثها و نزدیک شدن معلم به هدف ریاضی باشد.

گام بحث و خلاصه‌سازی: در مرحله هشتم ایده‌ها و راه‌حلهایی را که قرار بود در بحث به اشتراک گذاشته شوند به ترتیب خواست معلم از سوی دانش‌آموزان ارائه و در مورد آنها بحث می‌شود. در مرحله نهم در بحث و خلاصه‌سازی، معلم از اقدامهای گفتگوی مفید، برای حرکت به جلو و پیش بردن ریاضی استفاده می‌کند. این اقدامات عبارت‌اند از: استفاده از زمان انتظار، دعوت برای مشارکت بیشتر، بازخوانی توسط معلم، به کار بردن استدلال خودشان با توجه به استدلال شخص دیگر، بازخوانی استدلال دانش‌آموزان دیگر، جا انداختن تفکر دانش‌آموزان. در این مرحله دانش‌آموز محور بحثها است و اداره کلاس در دادن نوبت و تسهیل‌گری بحث وظیفه معلم است. در مرحله دهم بعد از اینکه راه‌حلها ارائه و ارزیابی و تصحیح شدند، ارتباط میان راه‌حلها را دانش‌آموزان مورد بحث کل کلاسی قرار می‌دهند و بهترین راه حل را که از نظر ریاضی قوی‌تر است انتخاب می‌کنند. در پایان معلم یک جمع‌بندی کلی از پاسخهای دانش‌آموزان ارائه می‌دهد و بحث به پایان می‌رسد.

یافته‌های پژوهش

با داده‌های گردآوری شده از آزمون، برای هر یک از متغیرهای تحقیق آماره‌های حداقل، حداکثر نمره، میانگین، انحراف استاندارد، چولگی و کشیدگی به صورت جدول شماره ۱ نمایش داده می‌شود.

جدول ۱: جدول متغیرهای توصیفی متغیرهای پژوهش

پیش آزمون				پس آزمون					
گروه	متغیر	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشدگی	میانگین	انحراف معیار	چولگی	کشدگی
آزمایش (n=40)	دانشتن	۴/۲۵	۲/۱۶	-۰/۱۴۹	-۱/۰۹۸	۴/۵۷	۱/۸۲	۰/۲۰	-۰/۸۷
	کاربرد	۴/۱۲	۲/۳۶	۰/۱۴	-۰/۶۳	۵/۳۳	۱/۴۵	۰/۲۶	-۰/۶۵
	استدلال	۱/۸۳	۰/۹۴	۰/۶۱	-۰/۲۹	۲/۱۷	۱/۲۹	-۰/۱۹	-۰/۵۳
	نمره عملکرد	۱۰/۲۱	۴/۲۰	۰/۱۸	-۰/۷۵	۱۲/۰۸	۳/۹۴	۰/۰۳	-۰/۷۴
کنترل (n=40)	دانشتن	۳/۵۰	۱/۹۰	۰/۶۰	-۰/۴۹	۳/۵۷	۲/۱۲	۰/۶۶	-۰/۲۰
	کاربرد	۳/۰۷	۲/۴۳	۰/۲۰	-۱/۲۳	۳/۲۸	۱/۷۷	۰/۵۷	-۰/۲۵
	استدلال	۱/۱۱	۰/۸۳	۰/۹۷	۱/۲۰	۱/۹۰	۱/۴۴	-۰/۰۳	-۱/۲۵
	نمره عملکرد	۷/۶۸	۴/۵۷	۰/۵۹	-۰/۳۷	۸/۷۶	۴/۶۲	۰/۴۳	-۰/۶۵

در جدول شماره ۱ به میزان دامنه تغییرات نمرات متغیرها، میانگین و انحراف معیار آنها اشاره شده است. همانطور که مشاهده می‌شود میانگین عملکرد پیش آزمون در گروه آزمایش ۱۰/۲۱ و در گروه کنترل ۷/۶۸ و همین نمره در پس‌آزمون برای گروه آزمایش ۱۲/۰۸ و در گروه کنترل ۸/۷۶ است. نتایج نشان می‌دهد که در مرحله پس آزمون میانگین نمرات در گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل افزایش یافته است و همچنین همه متغیرهای فوق‌الذکر در دامنه قابل قبولی برای دو شاخص چولگی و کشدگی قرار دارند. شایان ذکر است که دامنه قابل قبول برای چولگی و کشدگی میان ۲ تا -۲ است و در صورتی که متغیر در این دامنه قرار داشته باشد، دارای توزیع نرمال است.

با توجه به اینکه در این پژوهش، قصد داشتیم تفاوت میان گروهها را از نظر چند متغیر وابسته (دانشتن، به کار بستن و استدلال ریاضی) به طور هم‌زمان بررسی کنیم بنابراین ممکن است هر متغیر به طور جداگانه تفاوت میان گروهها را نشان ندهد. در حالی که، ممکن است متغیرهای وابسته با هم همبستگی داشته باشند و ترکیبی مناسب از آنها این تفاوت را نشان دهد. از این رو برای پیدا کردن این ترکیب مناسب، یک تحلیل کواریانس چند متغیری که توان بیشتری از تحلیل تک متغیری دارد، ضرورت پیدا می‌کند؛ بنابراین از تحلیل کواریانس چند متغیره (MONOVA) استفاده شده است. پیش از استفاده از آزمون MONOVA برقراری پیش فرض‌ها برای اجرای این آزمون مورد بررسی قرار گرفته است.

برای تایید فرض نرمال بودن متغیر پس آزمونهای دانشتن، به‌کارگیری و استدلال ریاضی از آزمون کولموگروف اسمیرنوف (جدول ۲) استفاده شده است.

جدول ۲: نرمال بودن متغیر پس آزمونهای دانستن، به کارگیری و استدلال ریاضی

آزمون کولموگروف اسمیرنوف			آماره	
معناداری	درجه آزادی			
۰/۰۷	۰/۱۳۳	۴۰	پس آزمون دانستن - گروه آزمایش	
۰/۲۰	۰/۰۸۴	۴۰	پس آزمون دانستن - گروه گواه	
۰/۰۹۶	۰/۱۲۸	۴۰	پس آزمون به کارگیری - گروه آزمایش	
۰/۰۷۴	۰/۱۳۳	۴۰	پس آزمون به کارگیری - گروه گواه	
۰/۱۰	۰/۱۱۹	۴۰	پس آزمون استدلال - گروه آزمایش	
۰/۰۸	۰/۱۲۹	۴۰	پس آزمون استدلال - گروه گواه	

براساس جدول شماره ۲، معناداری پس آزمونهای دانستن، به کارگیری و استدلال ریاضیات بالاتر از ۰/۰۵ است که این نتیجه بیان می کند که فرض انجام دادن آزمونهای پارامتریک برقرار است.

برای بررسی فرض همگنی واریانسها از آزمون لوین استفاده شده است. برای به کارگیری آزمون تحلیل واریانس برای هر یک از متغیرهای وابسته به طور جداگانه باید به بررسی فرض تساوی واریانسها پرداخت. برای بررسی فرض صفر تساوی خطای واریانسها از آزمون لوین استفاده شده است. در صورتی که فرض صفر تساوی خطای واریانسها پذیرفته شود، یعنی فرض همگنی واریانسها پذیرفته می شود.

جدول ۳: آزمون لوین برای اطمینان از همگنی واریانسهای متغیرهای دانستن، استدلال و مفاهیم ریاضی

متغیر	F	درجه آزادی ۱	درجه آزادی ۲	سطح معناداری
درک مفاهیم	۰/۴۹۴	۱	۷۸	۰/۴۸۴
به کارگیری مفاهیم	۲/۷۶۷	۱	۷۸	۰/۱۰۰
استدلال مفاهیم	۱/۸۸۳	۱	۷۸	۰/۱۷۴

همان طور که نتایج نشان می دهد آزمون لوین در متغیرهای پس آزمون درک مفاهیم ($P=0/484$)، به کارگیری مفاهیم ($F(78,1)=0/2/767$ ، $P=0/100$) و استدلال مفاهیم ریاضی ($F(78,1)=1/883$ ، $P=0/174$) معنادار نیست که نشان دهنده این است که واریانسها همگن هستند.

آزمون همگنی کوواریانس - واریانس: برای بررسی فرض صفر تساوی کوواریانس در دو گروه از آزمون باکس^۱ استفاده شد که در آن معناداری آماری شاخص ناهمگنی یا نابرابری محسوب می شود. در صورتی که فرض صفر تساوی ماتریس پذیرفته شود، یعنی فرض همگنی کوواریانس

پذیرفته شده است. نتایج آزمون تساوی ماتریسهای کواریانس باکس در جدول ۴ ارائه شده است. براساس جدول شماره ۴ مشخص شد که پیش فرض برابری ماتریسهای کواریانس مشاهده شده متغیر وابسته در گروههای مختلف برقرار است ($F=1/079$, $P>0/05$). بنابراین آزمون تحلیل کواریانس چند متغیره قابل اجراست.

جدول ۴: نتایج آزمون برابری ماتریسهای کواریانس

شاخص	مقدار
اندازه باکس	۶/۷۵۷
نسبت F	۱/۰۷۹
درجه آزادی ۱	۶
درجه آزادی ۲	۴۴۰۸۰/۳۰۲
معناداری	۰/۳۷۲

در ادامه، به بررسی فرضیه‌های پژوهش در سایه MANOVA پرداخته می‌شود.

فرضیه اصلی تحقیق: توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزانی که آموزش مبتنی بر گفت‌مان می‌بینند نسبت به دانش‌آموزانی که به روشهای سنتی آموزش می‌بینند بیشتر است. نتایج این آزمون برای این فرضیه در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵: نتایج تحلیل واریانس چندمتغیره جهت مقایسه ترکیب متغیر وابسته در دو گروه آزمایش و کنترل

متغیر	روش	اندازه	نسبت F	درجه آزادی مفروض	درجه آزادی خطا	معناداری	توان آزمون
توانایی محاسباتی	اثر فیلابی	۰/۷۲۸	۶۵/۲۲۳	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۷۲۸
	لامبدای ویلکز	۰/۲۷۲	۶۵/۲۲۳	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۷۲۸
	اثر هتلینگ	۲/۶۸۰	۶۵/۲۲۳	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۷۲۸
	بزرگ‌ترین ریشه روی	۲/۶۸۰	۶۵/۲۲۳	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۷۲۸
توانایی استدلال منطقی	اثر فیلابی	۰/۶۷۹	۵۱/۵۸۵	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۶۷۹
	لامبدای ویلکز	۰/۶۷۹	۵۱/۵۸۵	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۶۷۹
	اثر هتلینگ	۰/۶۷۹	۵۱/۵۸۵	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۶۷۹
	بزرگ‌ترین ریشه روی	۰/۶۷۹	۵۱/۵۸۵	۳/۰۰	۷۳/۰۰	۰/۰۰۱	۰/۶۷۹

متناظر با مجموع مجذورات برای هر اثر در طرحهای تحلیل واریانس تک متغیری (ANOVA) یک ماتریسم واریانس - کواریانس در MANOVA موجود است. از نسبت ماتریس هر اثر به ماتریس خطا (درون آزمونی)، مقادیری ویژه به دست می‌آید. آزمونهای معناداری در MANOVA از ترکیبهای متفاوتی از این مقادیر ویژه به دست می‌آید. این آزمونها عبارت اند از:

۱- آزمون اثر "پیلای - بارتلت"^۱، ۲-آزمون "لامبدای ویلکز"^۲، ۳- آزمون اثر "هتلینگ - لالی"^۳ و ۴- آزمون "بزرگ‌ترین ریشه روی"^۴، که پرکاربردترین این آماره‌ها لامبدای ویلکز است. طبق جدول شماره ۵ مشخص شد که از نظرمغیر ترکیبی وارد شده به مدل تحلیل کواریانس چندمتغیره، میان دو گروه آزمایش و کنترل تفاوت آماری معنادار وجود دارد ($\eta^2 = 0/679$, $p < 0/05$, $F = 51/585$). با توجه به ضریب اتای به دست آمده مشخص شد که در حدود ۶۷ درصد از تغییرات ایجاد شده میان دو گروه آزمایش و کنترل، ناشی از مداخله بوده است. توان آزمون به سبب معنادار بودن آزمون لامبدای ویلکز و اثر هتلینگ بالاست. به عبارت دیگر، به سبب بالا بودن توان آزمونها، می‌توان گفت که عملکرد ریاضی دانش آموزانی که آموزش مبتنی بر گفتمان می‌بینند نسبت به دانش آموزانی که به روش سنتی آموزش می‌بینند بیشتر است و آموزش مبتنی بر گفتمان بر ترکیب خطی از متغیرهای وابسته تأثیرگذار بوده است. همچنین با توجه به آماره‌های توصیفی، نتایج نشان دهنده آن است که نمرات گروه آزمایش در پس آزمون در مقایسه با گروه گواه بالاتر بوده است و این تفاوت بعد از کنترل کردن اثر پیش آزمون به دست آمده است.

جدول ۶: مقایسه درک مفاهیم، به کارگیری و استدلال ریاضی در دو گروه با کنترل اثر پیش‌آزمون

منابع تغییرات	متغیرها	درجه آزادی	میانگین مجذورات	نسبت F	معناداری	ضریب اثر
پیش آزمون	درک مفاهیم	۱	۵۶/۳۳۵	۴۸/۵۱۴	۰/۰۰۱	۰/۳۹۳
	به کارگیری مفاهیم	۱	۲۹/۷۱۸	۳۰/۰۴۱	۰/۰۰۱	۰/۲۸۶
	استدلال	۱	۰/۸۰۹	۰/۶۵۴	۰/۴۲۱	۰/۰۰۹
گروه آزمایش و کنترل	درک مفاهیم	۱	۴/۸۵۳	۴/۱۷۹	۰/۰۴۴	۰/۰۵۳
	به کارگیری مفاهیم	۱	۳۴/۷۵۵	۳۵/۱۳۴	۰/۰۰۱	۰/۳۱۹
	استدلال	۱	۰/۴۵۸	۰/۳۷۱	۰/۵۴۵	۰/۰۰۵

فرضیه فرعی اول: همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده از مقایسه پس‌آزمون درک مفاهیم در دو گروه با کنترل کردن اثر پیش‌آزمون حاکی از این است که نمرات درک مفاهیم افرادی که در گروه آزمایش شرکت داشتند، نسبت به افرادی که در گروه گواه جایگزین شده بودند، افزایش معناداری نشان می‌دهد ($F = 4/179$, $P < 0/05$) که این نتیجه نشان‌دهنده تأیید فرضیه اول پژوهش است.

1. Pillai –Bartlett Trace
2. Wilks lambda
3. Hotelling-Lawley Trace
4. Roy's largest root

فرضیه فرعی دوم: همچنین، با توجه به جدول ۶ نتایج به دست آمده از مقایسه پس‌آزمون به‌کارگیری مفاهیم در دو گروه با کنترل کردن اثر پیش‌آزمون حاکی از این است که نمرات به‌کارگیری مفاهیم افرادی که در گروه آزمایش شرکت داشتند، نسبت به افرادی که در گروه گواه جایگزین شده بودند، افزایش معناداری نشان می‌دهد ($F=35/134, P<0/05$) که این نتیجه نشان دهنده تأیید فرضیه دوم پژوهش است.

فرضیه فرعی سوم: نتایج به دست آمده از مقایسه پس‌آزمون استدلال در دو گروه با کنترل کردن اثر پیش‌آزمون در جدول ۶ حاکی از این است که نمرات استدلال افرادی که در گروه آزمایش شرکت داشتند، نسبت به افرادی که در گروه گواه جایگزین شده بودند، افزایش معناداری نشان نمی‌دهد ($F=0/371, P>0/05$) و فرضیه سوم پژوهش حاضر رد می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر با هدف بررسی تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دختر پایه چهارم ابتدایی صورت گرفته است. با توجه به یافته‌های به دست آمده از تحقیق می‌توان نتیجه گرفت که توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزانی که آموزش مبتنی بر گفتمان می‌بینند نسبت به دانش‌آموزانی که به روشهای سنتی آموزش می‌بینند، بیشتر است. این یافته‌ها می‌تواند از نظر تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان بر یادگیری ریاضی و پیشرفت تحصیلی و افزایش توانایی عملکرد ریاضی با پژوهش ناهیدی (۱۳۸۹)، آگاه (۱۳۹۰)، سپنگ و وب (۲۰۱۲)، مارتون و سوئی (۲۰۰۴)، بردفورد (۲۰۰۷)، نوسبام (۲۰۰۸) و مایکلز، اوکانر و رسنیک (۲۰۰۸) همسو باشد. در تبیین این یافته‌ها می‌توان گفت در گفتمان دانش‌آموزان با بیان ایده‌های خود و آوردن دلیل برای توجیه آن، با درک عمیق مطلب را می‌آموزند؛ پس در یادگیری پیشرفت می‌کنند و توانایی عملکرد آنها افزایش می‌یابد. در گفتمان آموزش از نوع مفهومی است نه رویه‌ای و این مفهومی بودن به درک بهتر مطالب و در نتیجه دانستن بیشتر و کاربرد بیشتر منجر می‌شود. همان‌گونه که استانداردهای NCTM-2000 بیان می‌کند، در گفتمان وقتی که دانش‌آموزان بتوانند ایده‌های ریاضی را به هم مربوط کنند یادگیریشان عمیق‌تر و پایدارتر می‌شود. همچنین بحث کل کلاسی این اجازه را به دانش‌آموزان می‌دهد که درک مشترک و درک خود را از کشف راه حل یک مسئله عمیق‌تر کنند.

در این شیوه دانش آموز با ارائه راه حل خود در تلاش برای شفاف کردن تفکرش برای خود و دیگران است. او فکر می کند و راه حلش را توجیه می کند و به ارزیابی دیگران از راه حلش گوش فرا می دهد. در این فرآیند، دانش آموز راه حل خود را در صورتی که درست باشد ارتقا می بخشد و در صورت وجود نقصان در راه حلش، به اشتباه خود پی می برد و آن را تصحیح می کند. بنابراین بد فهمی آن دانش آموز و دیگران که ایده و راه حلی مشابه او داشتند، تصحیح می شود و راه حل های درست از نظر ریاضی به دست می آیند. بحث و گفتگو و ارائه راه حل های گوناگون به دانش آموزان این پیام را می دهد که برای حل یک مسئله راه حل های متفاوت وجود دارد، بنابراین راه یادگیری ریاضی، پیروی از یک سری راه حل های رویه ای نیست. بحث های کل کلاسی که پس از مرحله بحث با شریک شکل می گیرد سبب درک صورت مسئله، بهبود بیانات، توجیهات و استدلال های دانش آموزان و استفاده مؤثر از زبان برای ارائه راه حل هایشان می شود و ارائه راه حل های بهتر به تقویت یادگیری می انجامد. البته نوع تکالیف و سؤالات معلمان در فاز اقدام برای جلسات بحث و گفتگو، نقشی مؤثر را در کیفیت یادگیری بازی می کند. این تکالیف باید باز- پاسخ و در منطقه رشد تقریبی دانش آموزان باشد. استفاده از تکالیف باز- پاسخ همان گونه که اسانا^۱ و همکارانش (۲۰۰۶) بیان می کنند مشارکت دانش آموزان را در فعالیتهای کلاسی برمی انگیزد و آنها را به کشف و جستجو و بالابردن انگیزه شان برای تعمیم دادن، جستجوی مدلها و پیوندها، گفتمان، بحث و شناسایی جایگزینها ترغیب می کند. نقش معلمان در سازماندهی و راهنمایی فعالیتهای دانش آموزان و همچنین طرح پرسشهایی برای به چالش کشاندن سطوح مختلف مهارتهای دانش آموزان، بسیار مؤثر است. گوش دادن معلم به راه حل های دانش آموزان، در محیطی امن و با احترام، بد فهمی ها را برای معلم نمایان می کند و معلم با پرسیدن سؤال مناسب و مرتب کردن پاسخهای دانش آموزان، این بد فهمی ها را برطرف می کند. شاید این مهم ترین تأثیر گفتمان ریاضی در پیشرفت ریاضی دانش آموزان باشد.

در زمینه فرضیه فرعی اول باید اظهار داشت توانایی درک و دانستن مفاهیم ریاضی دانش آموزانی که آموزش مبتنی بر گفتمان می بینند نسبت به دانش آموزانی که به روشهای سنتی آموزش می بینند بیشتر است. این یافته هماهنگ با یافته های انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا (۲۰۰۰) می باشد که نشان داده است گفتمان سبب تقویت یادگیری می شود. از آنجایی که طی گفتمان، دانش آموزان ایده های خود را برای حل مسائل ریاضی بیان می کنند و با گوش دادن به ایده ها و استدلالی که همکلاسیها به کار می برند، به بد فهمی و اشکالات خود پی می برند، خود به

یادگیری می‌رسند و درکی عمیق از مفاهیم در آنها ایجاد می‌شود. بر اساس استانداردهای NCTM-2000، گفتمان یک راه به اشتراک‌گذاری ایده‌ها و واضح کردن درک و فهم است. بحث کل کلاسی این اجازه را به دانش‌آموزان می‌دهد که درک مشترک و درک خود را از کشف راه حل یک مسئله عمیق‌تر کنند. همچنین یافته‌های انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا (۲۰۰۰) حاکی از آن است که توانایی خواندن، نوشتن، گوش دادن، فکر کردن و گفتمان در مورد مسائل، درک دانش‌آموزان از ریاضیات را توسعه می‌دهد و تعمیق می‌بخشد. همچنین این یافته با پژوهش ناهیدی (۱۳۸۹) هماهنگ است که گفتمان سبب افزایش درک مفاهیم کسر می‌شود. این پژوهش با پژوهش مارتون و سوئی (۲۰۰۴) همسو است؛ چرا که آنها در پژوهشهای خود دریافتند که گفتمان ریاضی در کلاس درس به درک جمعی دانش‌آموزان از مسئله و مطالب ارائه شده پیرامون آن کمک می‌کند و به ترویج گفتگو درباره‌ی ریاضی و یادگیری مفاهیم پایه دانش ریاضی یاری می‌رساند. در این زمینه چاپین و همکاران (۲۰۰۳)، معتقدند که بحث کلاسی به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا درک خود را از ریاضیات عمیق‌تر و وضوح آن را بیشتر کنند. تعامل اجتماعی شکل گرفته در بحث گروهی منجر به تفکر، انعکاس آن و اصلاح فرآیندهای فکری دانش‌آموزان می‌شود.

در زمینه فرضیه فرعی دوم پژوهش باید اظهار داشت که توانایی به کارگیری مفاهیم ریاضی در حل مسائل دانش‌آموزانی که آموزش مبتنی بر گفتمان می‌بینند نسبت به دانش‌آموزانی که به روشهای سنتی آموزش می‌بینند بیشتر است. این یافته پژوهش با یافته‌های انجمن ملی معلمان ریاضی آمریکا (۲۰۰۰) هماهنگ است که نشان داده، گفتمان ریاضی سبب پیشرفت در حل مسائل ریاضی می‌شود. وقتی که دانش‌آموزان آموخته‌های خود را در حل مسائل ریاضی به کار می‌گیرند، در واقع یادگیری خود را عمق می‌بخشند و این کار بست سبب پیشرفت در تواناییهای عملکرد ریاضی آنها می‌شود.

در زمینه فرضیه فرعی سوم پژوهش باید اظهار داشت که توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان چهارم ابتدایی بر اثر آموزش مبتنی بر گفتمان افزایش نیافته است و در استدلال ریاضی پیشرفتی نداشته‌اند. می‌توان گفت بین میانگینهای دو گروه از نظر آماری تفاوت معنادار وجود داشته، ولی تفاوت میان گروه آزمایش و کنترل معنادار نبوده است. این یافته‌ها می‌توانند از نظر تأثیر گفتمان بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان با نتایج پژوهشهای غلام آزاد (۱۳۸۸)، بلاتون و استای لیانو (۲۰۱۴) و احمدی و همکاران (۱۳۹۴) غیر همسو باشند. یانکلویتز (۲۰۰۹) معتقد است که توانایی برای متقاعد کردن دیگران از طریق بحث و توجیه، اساس استدلال ریاضی را تشکیل می‌دهد. همچنین مولر و همکاران (۲۰۱۰)، یکی از راههایی که به توسعه استدلال ریاضی می‌انجامد

را گفتمان می‌دانند و معتقدند محیط ریاضی که در آن دانش‌آموزان با هم تعامل دارند و ایده‌های ریاضی خودشان را گفتمان می‌کنند، شرایط ایده آل برای توسعه استدلال ریاضی است. ولی گفتمان در دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی سبب تقویت استدلال این دانش‌آموزان نشده است. در تبیین چرایی این یافته می‌توان گفت، طبق نظریه پیازه دانش‌آموزان در این سن در مرحله عملیات عینی (۷ تا ۱۱ سالگی) هستند و تفکر آنها عینی است و هنوز به تفکر انتزاعی نرسیده‌اند. تحقیقات انجام شده مانند پژوهش غلام‌آزاد (۱۳۸۸) و احمدی و همکاران (۱۳۹۴) روی کسانی انجام شده که قادر به استدلال رسمی هستند. دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی هنوز دارای تفکر انتزاعی و استدلال رسمی نیستند و استدلال آنها شهودی است، بنابراین نمی‌توانند یک استدلال رسمی داشته باشند. به همین دلیل گفتمان در دوره ابتدایی سبب تقویت استدلال در آنها نشده است. از آنجا که اثبات رسمی در دوره ابتدایی جایی ندارد ارائه برهان و توجیه می‌تواند جایگزین اثبات رسمی در سطوح آموزشی بالاتر شود. ارائه برهان به عنوان تشخیص درستی یا نادرستی یک عبارت ریاضی تعریف می‌شود (دووال^۱، ۱۹۹۳، ۱۹۹۲؛ به نقل از نیکولا^۲ و پیتا پانتازی^۳، ۲۰۱۱).

شیوه نمره‌گذاری استدلال در دانش‌آموزان ابتدایی نیز بسیار مهم است و نباید از شیوه نمره‌گذاری میازاکی استفاده نمود، زیرا در دانش‌آموزان ابتدایی به همان علت عینی بودن تفکرشان طبق نظریه پیازه، بیشتر حل مسائل از طریق شکل صورت می‌گیرد، حال آنکه در مدل میازاکی بیشترین نمره به نمادهای ریاضی و نمره ناقص به روشهای دیگر مانند شکل اختصاص می‌یابد و این سبب کم شدن نمره استدلال آنها می‌شود. به طور کلی دانش‌آموزان در دوره ابتدایی در درک و فهم و استدلال و اثبات‌های ریاضی مشکل دارند و نتایج پژوهش حاضر می‌تواند از طریق گفتمان ریاضی و راهبردهای اجرایی آن در کلاس درس ریاضی، بر بهبود درک و از بین رفتن بد فهمی‌ها، مؤثر واقع شود.

از محدودیتهای این پژوهش سنجش توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان با استفاده از آزمونهای تیمز سالهای مختلف است. باتوجه به یافته‌های پژوهش پیشنهاد می‌شود که در تهیه آزمونهای سنجش توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان از آزمونهای پیشرفت تحصیلی که پژوهشگر در حیطه‌های گوناگون شناختی می‌سازد و یا آزمونهای میازاکی برای سنجش توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان استفاده شود. همچنین پیشنهاد می‌شود پژوهشی در زمینه چگونگی برقرار شدن استدلال و راههای تقویت آن در دوره ابتدایی انجام شود.

1. Doowall
2. Nicolaou
3. Pitta-Pantazi

منابع

- آگاه، زینب. (۱۳۹۰). گفت و شنود معلم و دانش آموز در کلاس درس ریاضی. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید باهنر کرمان.
- احمدی، غلامعلی؛ ریحانی، ابراهیم و نخستین روحی، ندا. (۱۳۹۴). تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی استدلال ریاضی دانش آموزان. *روانشناسی مدرسه*، ۴(۱)، ۲۲-۳۷.
- بخشعلی زاده، شهرناز. (۱۳۹۳). مجموعه سؤالات علوم و ریاضیات تیمز TIMSS (۲۰۱۱)، پایه چهارم ابتدایی. تهران: انتشارات مدرسه.
- سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. (۱۳۹۱). مصوب جلسات ۸۵۷ الی ۸۷۲ شورای عالی آموزش و پرورش. وزارت آموزش و پرورش.
- سیف، علی اکبر. (۱۳۹۱). *روانشناسی پرورشی نوین: روانشناسی یادگیری و آموزش*. تهران: نشر دوران.
- غلام آزاد، سهیلا. (۱۳۸۸). اثبات از طریق گفتگوی ریاضی. سومین کنفرانس بین المللی در علم و آموزش ریاضیات. مالزی، پنانگ، ۱۲-۱۰ نوامبر ۲۰۰۹.
- کریمی، عبدالعظیم. (۱۳۹۲). سؤالات مطالعه بین المللی روند علوم و ریاضیات تیمز ۲۰۰۷، چهارم ابتدایی. تهران: انتشارات مدرسه.
- کریمی فردین پور، یونس. (۱۳۸۳). مطالعه گفتمان ریاضی در کلاس درس بر پایه اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه ای NCTM-2000. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.
- کلاهدوز، فهمیه. (۱۳۹۰). بررسی درک و فهم دانش آموزان سال دوم متوسطه از استدلال و اثبات ریاضی. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- ناهدی، عصمت. (۱۳۸۹). تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر حل مسائل کلامی. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- Blanton, M. L., & Stylianou, D. A. (2014). Understanding the role of transactive reasoning in classroom discourse as students learn to construct proofs. *Journal of Mathematical Behavior*, 34, 76-98.
- Bradford, S. M. (2007). *The use of mathematics dialogues to support student learning in high school prealgebra classes*. Doctoral Dissertation in Education (Curriculum and Instruction), The University of Montana.
- Chapin, S. H., O'Connor, M.C., & Anderson, N. C. (2003). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades 1-6*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Cirillo, M. (2013). *What are some strategies for facilitating productive classroom discussions?* The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Reston: USA.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258-277.
- Kaur, B. (2009). Reasoning and communication in the mathematics classroom - Some 'what' strategies. In D. Martin, T. Fitzpatrick, R. Hunting, D. Itter, C. Lenard, T.

- Mills, & L. Milne (Eds.), *Mathematics - of prime importance* (pp. 102-110). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- Marton, F., & Tsui, A.B.M. (2004). *Classroom discourse and the space of learning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Michaels, S., O'Connor, C., & Resnick, L.B. (2008). Deliberative discourse idealized and realized: Accountable talk in the classroom and in civic life. *Studies in Philosophy and Education*, 27(4), 283-297.
- Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 41(1), 47-68.
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2010). Rules without reason: Allowing students to rethink previous conceptions. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(2&3), 307-320.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston: USA.
- Nicolaou, A. A., & Pitta-Pantazi, D. (2011). A new theoretical model for understanding fractions at the elementary school. *Proceedings of Seventh Conference of the European Research in Mathematics Education*, At Rzeszów, Poland: University of Rzeszów.
- Nussbaum, E. M. (2008). Collaborative discourse, argumentation, and learning: Preface and literature review. *Contemporary Educational Psychology*, 33(3), 345-359.
- Osana, H., Lacroix, G.L., Tucker, B. J. & Desrosiers, C. (2006). The role of content knowledge and problem features on preservice teachers' appraisal of elementary tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(4), 347-380.
- Sepeng, P., & Webb, P. (2012). Exploring mathematical discussion in word problem-solving. *Pythagoras*, 33(1), 1-8.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Yankelewitz, D. (2009). *The development of mathematical reasoning in elementary school students' exploration of fraction ideas*. Doctoral Dissertation, The State University of New Jersey, Rutgers.